

第十六屆高斯盃數學大賽六年級 比賽試卷

【作答時間：60 分鐘】

准考證號碼： 答 案 卷

(1) $84\frac{1}{2} - \{2 - [0.35 \div (1 - \frac{3}{8}) \times 60\%]\} \times \frac{1}{4} = ?$ (5 分)

< 解析 >

$$\begin{aligned} & 84\frac{1}{2} - \{2 - [0.35 \div (1 - \frac{3}{8}) \times 60\%]\} \times \frac{1}{4} \\ &= 84.5 - \{2 - [0.35 \div \frac{5}{8} \times 0.6]\} \times 0.25 \\ &= 84.5 - \{2 - [0.35 \div 0.625 \times 0.6]\} \times 0.25 \\ &= 84.5 - \{2 - 0.336\} \times 0.25 \\ &= 84.5 - 1.664 \times 0.25 \\ &= 84.5 - 0.416 \\ &= 84.084 \end{aligned}$$

答：1 (84.084)

(2) 已知 A 比正整數 B 多 15，若是 $\frac{A}{B} = \frac{A - B - 10}{B - A + 19}$ ，則 $^2 A = ?$ $^3 B = ?$ (各 5 分)

< 解析 >

已知 $A - B = 15$ ，代入 $\frac{A}{B} = \frac{A - B - 10}{B - A + 19} = \frac{15 - 10}{19 - 15} = \frac{5}{4}$ ， $5 - 4 = 1$ A、B 相差 1 倍是 15

$$\frac{5}{4} = \frac{5 \times 15}{4 \times 15} = \frac{75}{60}，則 A = 75，B = 60$$

答：2 $A = (75)$ ；3 $B = (60)$

(3) 一個長 40 公分、寬 30 公分的長方形，請問：(各 5 分)

4 若長與寬的比例不變，長增加 20 公分，則新的面積會增加多少平方公分？

5 6 若長與寬的比例不變，面積增加 528 平方公分，則新的長和寬各是多少？

< 解析 >

$$4 \quad 40 + 20 = 60$$

$$5 \quad 40 \times 30 = 1200$$

$$60 \div 40 = 1.5 \quad \text{長是原來的 1.5 倍} \quad 1200 + 528 = 1728$$

$$30 \times 1.5 = 45 \quad \text{寬也要放大 1.5 倍} \quad 1728 \div 1200 = 1.44 \quad \text{面積是原來的 1.44 倍}$$

$$40 \times 30 = 1200 \quad 1.44 = 1.2 \times 1.2 \quad \text{長、寬放大一樣的倍數}$$

$$60 \times 45 = 2700 \quad \text{新的長：} 40 \times 1.2 = 48$$

$$2700 - 1200 = 1500 \quad \text{新的寬：} 30 \times 1.2 = 36$$

答：4 (1500) 平方公分；5 新的長：(48) 公分，6 新的寬：(36) 公分

(4) 有一工程，甲獨做要 20 天，乙獨做要 30 天，丙獨做要 40 天，此工程第一天由甲和乙一起做，第二天由乙和丙一起做，第三天由丙和甲一起做，第四天由甲和乙一起做，依此順序輪流，請問：

7 此工程完成時是在第幾天？(5 分)

8 由誰和誰完成？(5 分)

< 解析 >

一天的進度：甲 = $\frac{1}{20}$ ，乙 = $\frac{1}{30}$ ，丙 = $\frac{1}{40}$

甲+乙 = $\frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \frac{1}{12}$ ，乙+丙 = $\frac{1}{30} + \frac{1}{40} = \frac{7}{120}$ ，甲+丙 = $\frac{1}{20} + \frac{1}{40} = \frac{3}{40}$

三天的進度： $\frac{1}{12} + \frac{7}{120} + \frac{3}{40} = \frac{10}{120} + \frac{7}{120} + \frac{9}{120} = \frac{26}{120}$ 全部是 126 的話，3 天做 26

$120 \div 26 = 4$ 16 經過 4 個 3 天，還有 16

$16 - 10 = 6$ 減掉甲乙一天做的 10，會在下一天完成，即乙丙一起做

$3 \times 4 + 1 + 1 = 14$ (天)

乙+丙

答：7 第 (14) 天，8 (乙和丙)

(5) 軍中有許多士兵，每 2 人配有 1 枝手槍，每 3 人配有 1 枝步槍，每 12 人配有 1 枝機關槍，已知槍數共有 7183 枝，請問士兵共有多少人？(5 分)

< 解析 >

$[2, 3, 12] = 12$ 以最小公倍數 12 人為一組

$12 \div 2 = 6$ 每 12 人有 6 枝手槍

$12 \div 3 = 4$ 每 12 人有 4 枝步槍

$12 \div 12 = 1$ 每 12 人有 1 枝機關槍

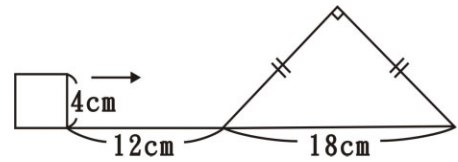
$6 + 4 + 1 = 11$ 每 12 人有槍數 11 枝

$7183 \div 11 = 653$ 以槍枝倍數計算，每 12 人一組 11 枝，有 653 組

$12 \times 653 = 7836$ 士兵人數

答：9 (7836) 人

(6) 下圖是一個正方形和一個等腰直角三角形，
如果正方形以每秒 2.5cm 的速度沿
直線向右方移動，請問：



- 10 6 秒後，正方形和等腰直角三角形重疊的部份，面積是多少？
- 11 7 秒後，正方形和等腰直角三角形重疊的部份，面積是多少？
- 12 若這兩個圖形第一次完全重疊，則是在幾秒後？

< 解析 >

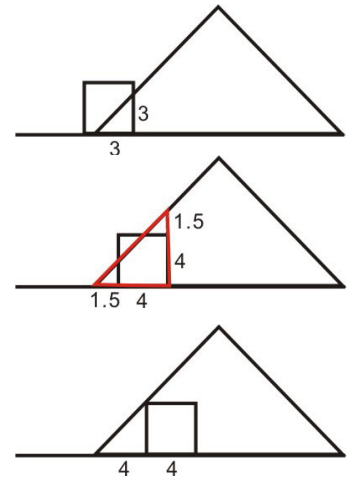
10 $2.5 \times 6 = 15$, $15 - 12 = 3$

$3 \times 3 \div 2 = 4.5 (\text{cm}^2)$ 重疊的部份是等腰直角三角型

11 $2.5 \times 7 = 17.5$, $17.5 - 12 = 5.5$, $5.5 - 4 = 1.5$

$5.5 \times 5.5 \div 2 - 1.5 \times 1.5 \div 2 \times 2 = 15.125 - 2.25 = 12.875$

12 $(12 + 4 + 4) \div 2.5 = 8$



答：10 (4.5) 平方公分；11 (12.875) 平方公分；12 (8) 秒。

(7) 阿瑋有一天突發奇想，先隨意設定三個數分別為 131、203、311，再將此三個數同時用某一個整數 分別來除一次，可以讓三個數的餘數都相同；請問：

- 13 整數 最大可以是多少？(5 分)
- 14 承上題，相同的餘數是多少？(5 分)
- 15 整數 會有幾種可能性的答案？(5 分)

< 解析 >

13	$203 - 131 = 72$	14	$131 \div 36 = 3$	23	15	$36 = 1 \times 36$
	$311 - 203 = 108$		$203 \div 36 = 5$	23		$= 2 \times 18$
	$311 - 131 = 180$		$311 \div 36 = 8$	23		$= 3 \times 12$
	$(72, 108, 180)$					$= 4 \times 9$
	$= 36$					$= 6 \times 6$ ，共 9 種

答：13 (36)；14 (23)；15 (9)種

- (8) 內側長、寬、高都是 20 cm 的正方體容器，裝有水 18cm，現在將一個長 15 cm、寬 16 cm、高 25 cm 的長方體鐵塊完全放入，等水溢出後再取出鐵塊，請問：
- 16 溢出的水有多少公升？
- 17 取出鐵塊後水深多少公分？

< 解析 >

$$16 \quad 20 \times 20 \times 18 = 7200 \quad \text{原來的水} \qquad 17 \quad 3200 \div (20 \times 20) = 8$$

$$(20 \times 20 - 15 \times 16) \times 20 = 3200 \quad \text{剩下的水}$$

$$7200 - 3200 = 4000$$

$$4000 \text{ 立方公分} = 4 \text{ 公升}$$

答：16 (4) 公升；17 (8) 公分

- (9) 買一顆棒球和一只手套共 120 元，已知手套一只的價格比棒球三顆少 8 元，請問棒球、手套各多少錢？

將一只手套換成 3 顆棒球少 8 元，則 1 顆棒球 + 1 只手套 + 8 = 4 顆棒球

$$(120 + 8) \div (1 + 3) = 32 \quad \text{一顆棒球的價錢}$$

$$120 - 32 = 88 \quad \text{一只手套的價錢}$$

答：18 棒球 (32) 元；19 手套 (88) 元

- (10) 小明在馬路邊散步，馬路一側每隔相同距離栽種一棵樹，小明從第 1 棵樹走到第 15 棵樹總共用了 7 分鐘，之後小明又往前走了幾棵樹後就往回走，當他到走第 5 棵樹時，共用了 30 分鐘，請問小明散步到第幾棵樹時開始往回走？(5 分)

< 解析 >

$$15 - 1 = 14 \quad 14 \text{ 個間隔}$$

$$14 \div 7 = 2 \quad 1 \text{ 分鐘走 2 個間隔}$$

$$30 - 7 = 23 \quad \text{第 15 棵之後走了 23 分鐘}$$

$$23 \times 2 = 46 \quad 23 \text{ 分鐘可以走 46 個間隔}$$

$$15 - 5 = 10 \quad \text{第 15 棵和第 5 棵之間有 10 個間隔}$$

$$(46 - 10) \div 2 = 18 \quad \text{扣除第 5 棵和第 15 棵之間的 10 個間隔，即是去返的間隔數}$$

$$15 + 18 = 33 \quad \text{第 15 棵再走 18 個間隔，即是第 33 棵}$$

答：20 第 (33) 棵